

Propiedades de la probabilidad

Objetivo

Con esta presentación aprenderás el concepto de probabilidad, sus propiedades y usos en la vida cotidiana.

Analizarás eventos, sucesos, conjuntos y subconjuntos para calcular su probabilidad.



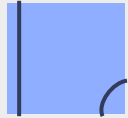
ÍNDICE



Introducción a la probabilidad



Sucesos compatibles e incompatibles



Ejemplos de la probabilidad



Suceso dependiente e independiente



Suceso seguro e imposible



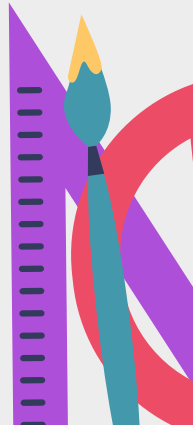
Probabilidad condicionada



Propiedades de la probabilidad



Teorema de Bayes



Introducción a la probabilidad

La teoría de la probabilidad es la parte de la matemática que trata de explicar aquellos fenómenos en los que interviene el azar.

Los **eventos aleatorios** son aquellas manifestaciones físicas en los que si repetimos la observación de alguna característica de dicho suceso, bajo las mismas condiciones (hasta donde sea posible determinar), se pueden obtener **diferentes resultados**.

Esto quiere decir que al **repetir** un mismo experimento en igualdad de condiciones, es posible obtener siempre el mismo resultado, o bien, que este sea imprevisible. En el primer caso, decimos que el experimento es determinista, mientras que en el segundo caso, podemos afirmar que es aleatorio.





Ejemplos de la probabilidad

- 1 Lanzar una moneda y determinar qué lado sale.
- 2 Lanzar un dado y determinar de cuál lado caerá.
- 3 Al escoger una carta de una baraja de naipes e intentar determinar si esta será: corazón, diamantes, tréboles o picas.
- 4 Al meter la mano en un saco lleno de canicas de colores sacar una canica de color azul

Experimentos y posibilidades

El primer paso que hay que efectuar para estudiar un experimento aleatorio consiste en determinar el conjunto de resultados posibles. A cada uno de ellos lo llamamos **suceso elemental**.

Al conjunto de todos los resultados posibles lo denominamos **espacio muestral** y lo representamos por la letra E, o por la letra griega omega Ω .

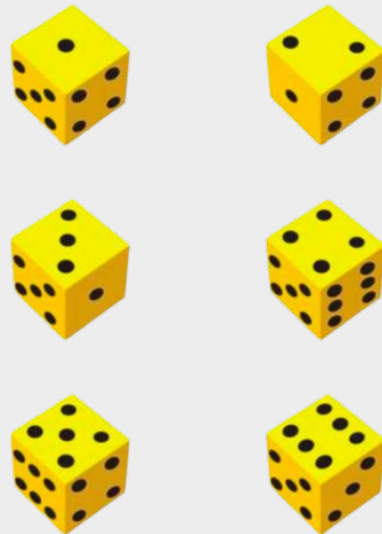


Por ejemplo: en el experimento aleatorio que consiste en lanzar un dado y observar su puntuación, el espacio muestra es:

$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$$

Consideremos ahora la situación A: Obtener un número par. Podemos expresarla mediante el conjunto A: $\{2,4,6\}$, que es un subconjunto de Ω .

Llamamos **suceso** a cualquier subconjunto de Ω , es decir, a cualquier conjunto de resultados posibles. A los sucesos los representamos mediante letras mayúsculas, y decimos que un suceso se cumple u ocurre al realizar un experimento aleatorio si el resultado obtenido forma parte de dicho suceso.



Suceso seguro y suceso imposible

De entre los sucesos que podemos considerar al realizar un experimento aleatorio, hay algunos que poseen características especiales.

Si estudiamos estos sucesos tomando como ejemplo el lanzamiento de un dado vemos que...

Tipo de suceso		Ejemplo
Suceso seguro	Es el que contiene todos los resultados posibles del experimento. Este suceso se cumple siempre y coincide con el espacio muestral Ω	Sacar un número menor o igual que seis está formado por todos los resultados posibles del experimento: $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ <i>Este suceso se verifica siempre</i>
Suceso imposible	Subconjunto de Ω que no contiene ningún resultado posible del experimento. Este suceso no se cumple nunca y coincide con el conjunto vacío \emptyset	Sacar un cero no está formado por ningún resultado posible del experimento: $B = \emptyset$ <i>Este suceso no se cumple jamás</i>

Definiciones de los subconjuntos

UNIÓN

Llamamos unión de los sucesos A y B al acontecimiento formado por todos los resultados que están en A o en B.

Se representa por $A \cup B$ y se cumple si se cumplen A o B.

INTERSECCIÓN

Llamamos intersección de los sucesos A y B al suceso formado por todos los resultados que están en A y en B a la vez. Se representa por $A \cap B$ y se cumple si se cumplen simultáneamente A y B.

DIFERENCIA

Llamamos diferencia entre el suceso A y el suceso B al suceso formado por todos los resultados que están en A, pero no en B. Lo representamos como $A - B$ y se cumple si se cumple A pero no se cumple B.

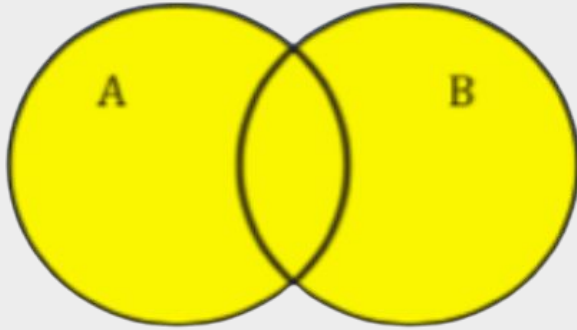
COMPLEMENTO

Llamamos complemento o contrario del suceso A y se representa por \bar{A} al suceso formado por todos los resultados del experimento que no están en A, es decir, a la diferencia $\Omega - A$. El suceso \bar{A} se cumple si no se cumple A.

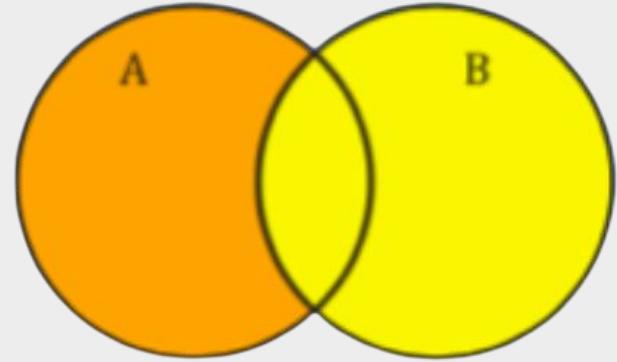


¡PARA ENTENDER MEJOR!

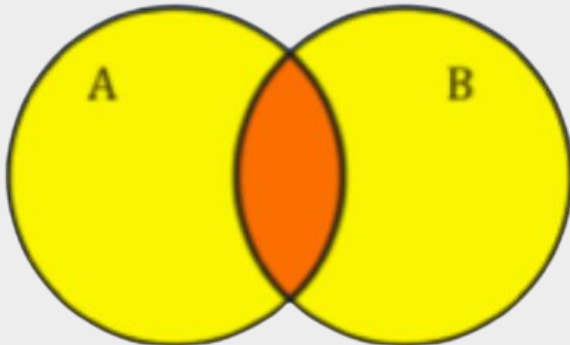
UNIÓN



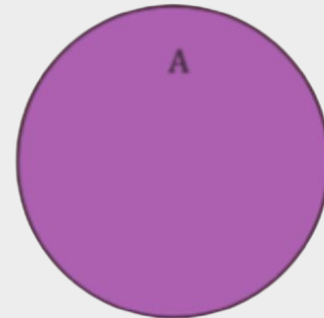
DIFERENCIA



INTERSECCIÓN



COMPLEMENTO



PRINCIPALES PROPIEDADES DE LA PROBABILIDAD

1. Las probabilidades de los sucesos A y \bar{A} **suman 1**: $P(A) + P(\bar{A}) = 1$
2. La probabilidad de un suceso A contenido en otro suceso B es menor o igual que la probabilidad de B : $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$
3. La probabilidad de la unión de dos sucesos compatibles A y B es la suma de sus probabilidades menos la de su intersección: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$



SUCESOS COMPATIBLES Y SUCESOS INCOMPATIBLES

Los **sucesos compatibles** son aquellos que pueden suceder simultáneamente y se representan una intersección.

Por ejemplo: al lanzar un dado

A= números pares ; B= números mayores que 3

Que salga 4 o que salga 6 implica cumplir que sea número par y mayor que 3, por lo que 4 y 6 son sucesos compatibles.

Los **sucesos incompatibles** ocurren cuando dos subconjuntos no tienen sucesos elementales en común y su intersección es vacía. Por lo tanto no pueden ocurrir al mismo tiempo.

Por ejemplo: A= números pares ; C= múltiplos de 5. A y C tienen sucesos incompatibles.

SUCESO DEPENDIENTE E INDEPENDIENTE

Decimos que un suceso A es **independiente** de B, si el hecho de que ocurra uno de ellos **no afecta** en la probabilidad de que el otro ocurra. Formalmente, lo anterior se expresa así:

$$P(A/B) = P(A)$$

De igual manera, si los sucesos se debe cumplir que la probabilidad de la intersección entre A y B sea equivalente a la multiplicación entre las probabilidades de A y B. Esto es:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Si lo anterior no se cumple, esto significa que los sucesos son **dependientes**.



PROBABILIDAD CONDICIONADA

En ocasiones, el poder tener información previa sobre un suceso hace que varíe su probabilidad.

Por ejemplo: En una escuela con N estudiantes, donde n_0 tienen computadora y n_m son chicas. Al elegir un estudiante al azar, estamos interesados en dos sucesos:

- escoger un estudiante que tenga ordenador.
- escoger una chica.

Las principales propiedades de la probabilidad condicionada son:

1. Si un suceso B está contenido en un suceso C , entonces la probabilidad de B dado A es menor o igual que la probabilidad de C dado A . $B \subset C \Rightarrow P(B | A) \leq P(C | A)$
2. Si un suceso B está contenido en otro suceso A , entonces la probabilidad del suceso B dado A es el cociente entre la probabilidad del suceso B y la probabilidad del suceso A . $B \subset A \Rightarrow P(B | A) = P(A)/P(B)$
3. Si un suceso A está contenido en otro suceso B , entonces la probabilidad del suceso B dado A es igual a uno. $A \subset B \Rightarrow P(B | A) = 1$

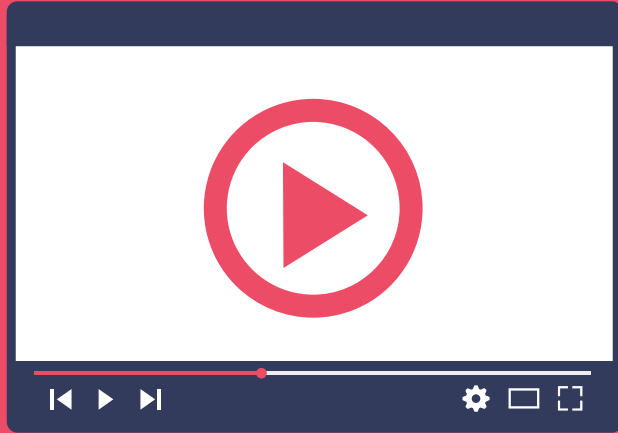
TEOREMA DE BAYES

También llamada **regla de la probabilidad inversa**, relaciona la probabilidad de que ocurra un evento (B) dado que otro más (A) ya sucedió. Es una relación causa-efecto.

La probabilidad de que ocurra B dado que ya ocurrió A se calcula:

$$P(B | A) = \frac{P(A | B) \cdot P(B)}{P(A)}$$





VIDEO

<https://youtu.be/Hfshg8xMfIY>

REFERENCIAS

Bookdown. (2020). Regla de Bayes. Recuperado de

<https://bookdown.org/aquintela/EBE/regla-de-bayes.html>

Educa Aragón. (s.f.). Sucesos compatibles e incompatibles. Recuperado de

http://aula.educa.aragon.es/datos/AGS/Matematicas/Unidad07/page_06.htm#:~:text=Esto%20permite%20clasificarlos%20en%20compatibles.al%20menos%2C%20un%20elemento%20com%C3%BA
[n.](#)

Sangaku Maths. (s.f.). Sucesos dependientes e independientes. Recuperado de <https://www.sangakoo.com/es/temas/sucesos-dependientes-e-independientes>

S.A.. (02/04/2019). Probabilidad. 12/09/2020, de BIOProfe Sitio web:

<https://bioprofe.com/probabilidad/>

CREDITS: This presentation template was created by **Slidesgo**, including icons by **Flaticon**, and infographics & images by **Freepik**

Please keep this slide for attribution